ДЕРЕВЬЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ И БУСТИНГ

Сергей Николенко СПбГУ— Санкт-Петербург 15 февраля 2024 г.

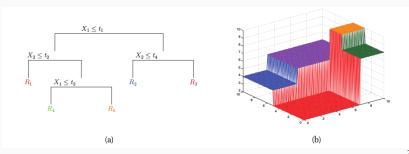




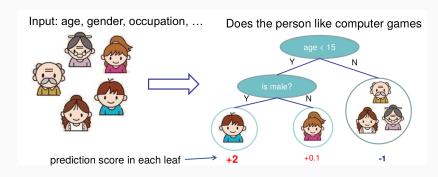
Random facts:

- 15 февраля на Вануату День Джона Фрума, центрального персонажа в культе карго, изображаемого в виде американского военнослужащего Второй мировой войны; возможно, «Джон Фрум» — это искажение «John from (America)»; последователи Джона Фрума соорудили на острове Танна символическую взлётно-посадочную полосу с макетами самолётов и символическими вышками, на которых дежурили «диспетчеры»
- 15 февраля в США День Сьюзен Б. Энтони (Susan B. Anthony), одной из главных суфражисток XIX века; в 1863 году они с Элизабет Стэнтон организовали Women's Loyal National League, которая собрала 400 тысяч подписей в поддержку отмены рабства, а затем лоббировала равноправие всех граждан США — и женщин, и афроамериканцев (но не вылоббировала, в 14-й и 15-й поправках про женщин ничего нет)
- · 15 февраля 1717 г. в Петербурге было впервые напечатано «Юности честное зерцало»
- 15 февраля 2013 г. астероид диаметром ≈ 17 метров и массой ≈ 10000 тонн вошёл в атмосферу Земли на скорости ≈ 18 км/с и разрушился на высоте 15—25 км в окрестностях Челябинска; снятое на видеорегистратор падение было показано в начальных титрах фильмов World War Z и Edge of Tomorrow

- Дерево принятия решений это дерево (surprise!). На нём есть метки:
 - в узлах, не являющиеся листьями: атрибуты (фичи), по которым различаются случаи;
 - в листьях: значения целевой функции;
 - на рёбрах: значения атрибута, из которого исходит ребро.
- Чтобы классифицировать новый случай, нужно спуститься по дереву до листа и выдать соответствующее значение.



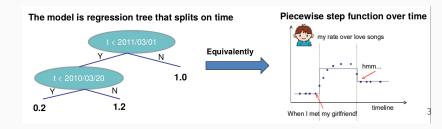
· Картинки от Tianqi Chen и Carlos Guestrin, авторов XGBoost:



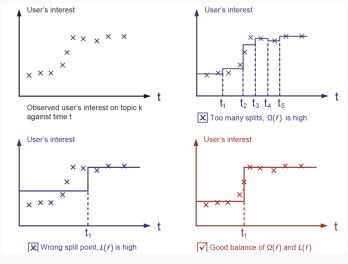
- Конечно, перебрать все деревья нельзя, их строят жадно.
 - 1. Выбираем очередной атрибут Q, помещаем его в корень.
 - 2. Выбираем оптимальное разбиение по атрибуту. Для всех интервалов разбиения:
 - оставляем из тестовых примеров только те, у которых значение атрибута Q попало в этот интервал;
 - рекурсивно строим дерево в этом потомке.
- Остались три вопроса:
 - 1. как проводить разбиение?
 - 2. как выбирать новый атрибут?
 - 3. когда останавливаться?

- Если атрибут бинарный или дискретный с небольшим числом значений, то просто по значениям.
- Если непрерывный можно брать среднее арифметическое (тем самым минимизируя сумму квадратов).
- Выбирают атрибут, оптимизируя целевую функцию. Для задачи регрессии просто минимизируем среднеквадратическую ошибку по отношению к текущему предсказателю

$$y_{\tau} = \frac{1}{|\mathbf{X}_{\tau}|} \sum_{\mathbf{x}_{n} \in \mathbf{X}_{\tau}} t_{n}.$$



• Как обучить дерево:



- Предположим, что мы решаем задачу классификации на K классов.
- · Тогда «сложность» подмножества данных $\mathbf{X}_{ au}$ относительно целевой функции $f(\mathbf{x}): \mathbf{X} \to \{1,\dots,K\}$ характеризуется перекрёстной энтропией:

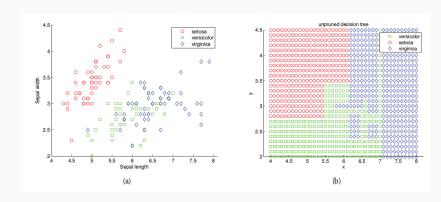
$$Q(\mathbf{X}_{\tau}) = \sum_{k=1}^K p_{\tau,k} \ln p_{\tau,k}.$$

• Иногда ещё используют индекс Джини (Gini index): $G(\mathbf{X}_\tau) = \sum_{k=1}^K p_{\tau,k} (1-p_{\tau,k}).$

- Когда останавливаться? Недоучиться плохо и переучиться плохо.
- Останавливаться, когда ошибка перестанет меняться, тоже плохо (она может опять начать меняться ниже).
- Поэтому делают так: выращивают большое дерево, чтобы наверняка, а потом *обрезают* его (pruning): поддерево au схлопывают в корень, а правило предсказания в корне считают как $y_{ au} = \frac{1}{|\mathbf{X}_{ au}|} \sum_{\mathbf{x}_n \in \mathbf{X}_{ au}} t_n$.
- Обрезают, оптимизируя функцию ошибки с регуляризатором: $\sum_{ au=1}^{|T|}Q(\mathbf{X}_{ au})+\lambda |T|$ (для классификаторов здесь можно использовать долю ошибок классификации).

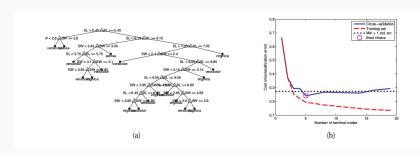
ПРИМЕР

- · Пример на датасете iris.
- Вход:



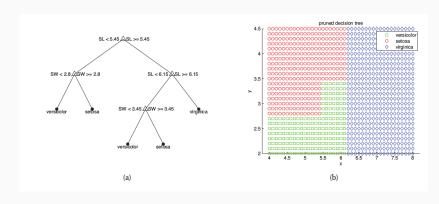
ПРИМЕР

• Слишком глубокое дерево и его ошибки:



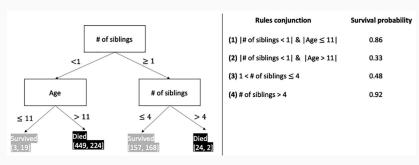
ПРИМЕР

• Обрезанное дерево:



Титаник

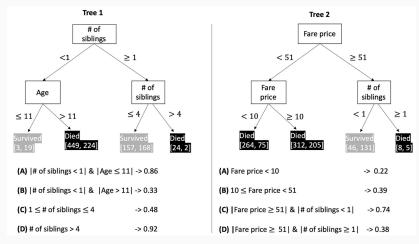
• Пример на датасете о пассажирах «Титаника»:



• Обратите внимание, насколько хорошо интерпретируется дерево.

Титаник

• Но это дерево скорее одна эвристика, чем финальный ответ. Вот другая:



• К этой мысли мы ещё вернёмся...

Объединение моделей

Как объединять модели

- До сих пор мы разрабатывали (и потом ещё будем разрабатывать) модели, которые делают предсказания (в основном для задач регрессии и классификации).
- Таким образом, мы можем попробовать обучить сразу много разных моделей!
- · Model selection это о том, как выбрать из них лучшую.
- Но, может быть, можно не выбирать, а использовать все сразу?

Основные подходы

- \cdot Комитет: обучаем L разных моделей, а потом так или иначе усредняем-комбинируем их результаты.
- Альтернатива: обучаем L разных моделей, а потом обучаем отдельную модель о том, какую из них использовать для предсказания (например, дерево принятия решений).

Комбинация моделей и байесовское усреднение

- Начнём с самого простого байесовского усреднения.
- Мы уже знаем, что такое комбинация моделей например, линейная смесь гауссианов:

$$p(\mathbf{x}) = \sum_k \pi_k N(\mathbf{x} \mid \boldsymbol{\mu}_k, \boldsymbol{\Sigma}_k).$$

• Если её обучать, мы обучим коэффициенты смеси, и результат будет порождён как бы двухуровневым процессом.

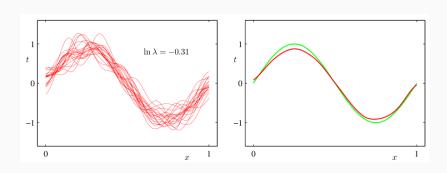
Комбинация моделей и байесовское усреднение

• А байесовское усреднение будет выглядеть как

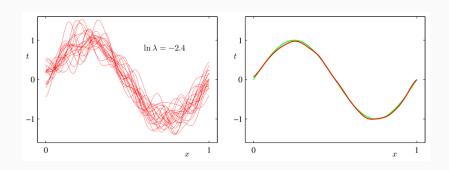
$$p(\mathbf{X}) = \sum_{h=1}^{H} p(\mathbf{X} \mid h) p(h).$$

- Смысл теперь в том, что генерирует ${\bf X}$ только одна модель, но мы просто не знаем какая именно; когда ${\bf X}$, апостериорные распределения $p(h\mid {\bf X})$ сужаются, и мы выбираем то, что надо.
- Но метод очень простой: взять много моделей и усреднить.
- Где-то мы это уже видели...

Где-то мы это уже видели



Где-то мы это уже видели



BAGGING

- На этих картинках модели с высоким bias, которые обучены по разным датасетам, сгенерированным одним и тем же распределением.
- И если их усреднить, получится как раз то, что надо.
- Но в жизни у нас нет возможности генерировать много датасетов: сколько данных есть, столько есть.
- Просто разбивать датасет на части не поможет. Что делать?

BAGGING

- Пусть у нас есть датасет $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\}.$
- \cdot Давайте сгенерируем много датасетов так: будем выбирать из ${f X}$ N точек с замещением, т.е. в новом датасете некоторые точки будут повторяться.
- Этот метод называется bootstrapping.

• Мы сделаем так M датасетов размера N (с повторяющимися точками), потом обучим M моделей, а потом образуем из них комитет и будем предсказывать как

$$y(\mathbf{x}) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} y_m(\mathbf{x}).$$

- Это называется bagging (bootstrap aggregation).
- На первый взгляд кажется, что это какая-то ерунда: мы пытаемся получить что-то из ничего...

BAGGING

• Пусть настоящая функция, которую мы пытаемся предсказать $-h(\mathbf{x})$, т.е. модели наши выглядят как

$$y_m(\mathbf{x}) = h(\mathbf{x}) + \epsilon_m(\mathbf{x}).$$

• Тогда средняя ошибка модели – это

$$\mathrm{E}_{\mathbf{x}}\left[\left(y_m(\mathbf{x}) - h(\mathbf{x})\right)^2\right] = \mathrm{E}_{\mathbf{x}}\left[\epsilon_m(\mathbf{x})^2\right].$$

 И средняя ошибка тех моделей, которые мы обучаем, получается

$$E_{\text{avg}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} E_{\mathbf{x}} \left[\epsilon_m(\mathbf{x})^2 \right].$$

 И средняя ошибка тех моделей, которые мы обучаем, получается

$$E_{\text{avg}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} E_{\mathbf{x}} \left[\epsilon_m(\mathbf{x})^2 \right].$$

• А ошибка комитета – это

$$\begin{split} E_{\text{com}} &= \mathbf{E}_{\mathbf{x}} \left[\left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} (y_m(\mathbf{x}) - h(\mathbf{x})) \right)^2 \right] = \\ &= \mathbf{E}_{\mathbf{x}} \left[\left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \epsilon_m(\mathbf{x}) \right)^2 \right]. \end{split}$$

BAGGING

•
$$E_{\text{avg}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} E_{\mathbf{x}} \left[\epsilon_m(\mathbf{x})^2 \right]$$
, $E_{\text{com}} = E_{\mathbf{x}} \left[\left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} \epsilon_m(\mathbf{x}) \right)^2 \right]$.

 \cdot Если предположить, что $\mathbf{E}_{\mathbf{x}}\left[\epsilon_m(\mathbf{x})
ight]=0$, и ошибки некоррелированы: $\mathbf{E}_{\mathbf{x}}\left[\epsilon_m(\mathbf{x})\epsilon_l(\mathbf{x})
ight]=0$, мы получим

$$E_{\rm com} = \frac{1}{M} E_{\rm avg}.$$

- $E_{\text{com}} = \frac{1}{M} E_{\text{avg}}!$
- Это кажется совершенно невероятным. На самом деле всё не так хорошо конечно, ошибки на самом деле сильно коррелированы.
- И, конечно, на самом деле обычно уменьшение ошибки не такое большое.
- Но можно показать, что в любом случае $E_{
 m com} \leq E_{
 m avg}$, так что хуже от этого не будет, а лучше стать может.

Бустинг: AdaBoost

- Следующая идея объединения моделей: предположим, что у нас есть возможность обучать какую-нибудь простую модель (weak learner) на подмножестве данных.
- Тогда можно делать так: обучили модель, посмотрели, где она хорошо работает, обучили следующую модель на том подмножестве, где она работает плохо, повторили.
- Этот метод называется бустинг (boosting).

- AdaBoost: самый простой вариант. Рассмотрим задачу бинарной классификации; данные это $\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N$ с ответами $t_1,\dots,t_N,\,t_i\in\{-1,1\}.$
- Снабдим каждый тестовый пример весом w_i ; изначально положим $w_i = \frac{1}{N}$.
- Предположим, что у нас есть процедура, которая обучает некоторый классификатор, выдающий $y(\mathbf{x}) \in \{-1,1\}$, на взвешенных данных (минимизируя взвешенную ошибку).

- Тогда в алгоритме AdaBoost мы инициализируем $w_n^{(1)}:=1/N$, а потом для m=1..M:
 - 1. обучаем классификатор $y_m(\mathbf{x})$, который минимизирует функцию ошибки

$$J_m = \sum_{n=1}^N w_n^{(m)} \left[y_m(\mathbf{x}_n) \neq t_n \right];$$

2. вычисляем

$$\epsilon_m = \frac{\sum_{n=1}^N w_n^{(m)} \left[y_m(\mathbf{x}_n) \neq t_n \right]}{\sum_{n=1}^N w_n^{(m)}}, \quad \alpha_m = \ln \left(\frac{1-\epsilon_m}{\epsilon_m} \right);$$

3. пересчитываем новые веса

$$w_n^{(m+1)} = w_n^{(m)} e^{\alpha_m [y_m(\mathbf{x}_n) \neq t_n]}.$$

• После обучения предсказываем как $Y_M(\mathbf{x}) = \mathrm{sign}\left(\sum_{m=1}^M \alpha_m y_m(\mathbf{x})\right).$

• Смысл именно такой, как мы говорили: сначала тренируем абстрактно лучший классификатор. Потом увеличиваем веса неправильно классифицированным примерам, обучаем новый классификатор, и т.д.

Теоретические свойства AdaBoost

- Изначально, когда AdaBoost придумали [Freund, Shapire, 1997], мотивация была такая: предположим, что ошибка каждого слабого классификатора h_t не превышает $\epsilon_t = \frac{1}{2} \gamma_t$.
- Тогда можно показать, что окончательная ошибка не превосходит

$$\prod_t \left(2 \sqrt{\epsilon_t (1 - \epsilon_t)} \right) = \prod_t \sqrt{1 - 4 \gamma_t^2} \le e^{-2 \sum_t \gamma_t^2}.$$

• Однако на самом деле гарантий на γ_t обычно нету, и практические результаты AdaBoost лучше, чем можно было бы ожидать из этой оценки.

Теоретические свойства AdaBoost

• Основная идея [Friedman et al., 2000]: давайте определим экспоненциальную ошибку

$$E = \sum_{n=1}^{N} e^{-t_n f_m(\mathbf{x}_n)},$$

где f_m – линейная комбинация базовых классификаторов:

$$f_m(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^m \alpha_l y_l(\mathbf{x}).$$

• Мы хотим минимизировать E по α_l и параметрам $y_l(\mathbf{x}).$

Теоретические свойства AdaBoost

- Минимизируем $E = \sum_{n=1}^N e^{-t_n f_m(\mathbf{x}_n)}$.
- Вместо глобальной оптимизации будем действовать жадно: пусть $y_1(\mathbf{x}),\dots,y_{m-1}(\mathbf{x})$ и $\alpha_1,\dots,\alpha_{m-1}$ уже зафиксированы. Тогда ошибка получается

$$E = \sum_{n=1}^N e^{-t_n f_{m-1}(\mathbf{x}_n) - \frac{1}{2} t_n \alpha_m y_m(\mathbf{x})} = \sum_{n=1}^N w_n^{(m)} e^{-\frac{1}{2} t_n \alpha_m y_m(\mathbf{x})},$$

где $w_N^{(m)} = e^{-t_n f_{m-1}(\mathbf{x}_n)}$ – это как раз и есть наши веса, и их теперь можно считать константами.

Теоретические свойства AdaBoost

• На правильных классификациях произведение -1, на неправильных +1:

$$\begin{split} E &= e^{-\frac{\alpha_m}{2}} \sum_{\text{correct}} w_n^{(m)} + e^{\frac{\alpha_m}{2}} \sum_{\text{wrong}} w_n^{(m)} = \\ &= \left(e^{\frac{\alpha_m}{2}} - e^{-\frac{\alpha_m}{2}}\right) \sum_{n=1}^N w_n^{(m)} \left[y_m(\mathbf{x}_n) \neq t_n\right] + e^{-\frac{\alpha_m}{2}} \sum_{n=1}^N w_n^{(m)}, \end{split}$$

и достаточно минимизировать $J_m = \sum_{n=1}^N w_n^{(m)} \, [y_m(\mathbf{x}_n)
eq t_n].$

Теоретические свойства AdaBoost

 \cdot Ну а когда мы обучим $y_m(\mathbf{x})$, из $E=\sum_{n=1}^N w_n^{(m)} e^{-\frac{1}{2}t_n lpha_m y_m(\mathbf{x})}$ получится

$$w_n^{(m+1)} = w_n^{(m)} e^{-\frac{1}{2}t_n\alpha_m y_m(\mathbf{x}_n)} = w_n^{(m)} e^{-\frac{1}{2}\alpha_m} e^{\alpha_m[y_m(\mathbf{x}_n) \neq t_n]},$$

и на $e^{-\frac{1}{2}\alpha_m}$ можно все веса сократить.

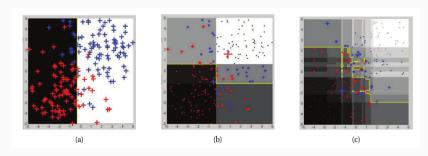
• Таким образом, бустинг можно рассматривать как оптимизацию экспоненциальной ошибки.

WEAK LEARNERS: DECISION TREES

- A что за weak learners применяются в реальных приложениях?
- Обычно бустинг применяется, когда есть набор уже посчитанных фич (посчитанных из каких-то более сложных моделей), и нужно объединить их в единую модель.
- Часто слабые классификаторы очень, очень простые.
- Пни принятия решений (decision stumps): берём одну координату и ищем по ней оптимальное разбиение.

WEAK LEARNERS: DECISION TREES

• Пример бустинга на пнях:



• Могут быть чуть посложнее: деревья принятия решений (decision trees).



- Теперь к градиентному бустингу (xgboost это как раз градиентный бустинг).
- Предположим, что мы хотим обучить ансамбль из K деревьев:

$$\hat{y}_i = \sum_{k=1}^K f_k(x_i),$$
 где $f_k \in F.$

• Целевая функция – это потери + регуляризаторы:

$$\text{Obj} = \sum_{i=1}^{N} l(y_i, \hat{y}_i) + \sum_{k=1}^{K} \Omega(f_k).$$

- · Например, для регрессии $l(y_i, \hat{y}_i) = (y_i \hat{y}_i)^2$.
- · А для классификации в AdaBoost было

$$l(y_i, \hat{y}_i) = y_i \ln(1 + e^{-\hat{y}_i}) + (1 - y_i) \ln(1 + e^{\hat{y}_i}).$$

- Мы не можем просто взять и минимизировать общую ошибку
 трудно минимизировать по всевозможным деревьям.
- Так что опять продолжаем жадным образом:

$$\begin{split} \hat{y}_i^{(0)} &= 0, \\ \hat{y}_i^{(1)} &= f_1(x_i) = \hat{y}_i^{(0)} + f_1(x_i), \\ \hat{y}_i^{(2)} &= f_1(x_i) + f_2(x_i) = \hat{y}_i^{(1)} + f_1(x_2), \\ & \dots, \end{split}$$

а предыдущие деревья всегда остаются теми же самыми, они фиксированы.

• Чтобы добавить следующее дерево, нужно оптимизировать

$$\hat{y}_i^{(t)} = \hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i),$$
 так что

$$\label{eq:obj} \text{Obj}^{(t)} = \sum_{i=1}^N l\left(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i)\right) + \Omega(f_t) + \text{Const.}$$

• Например, для квадратов отклонений

$$\mathrm{Obj}^{(t)} = \sum_{i=1}^{N} \left(2(\hat{y}_i^{(t-1)} - y_i) f_t(x_i) + f_t(x_i)^2 \right) + \Omega(f_t) + \mathrm{Const.}$$

• Чтобы оптимизировать

$$\label{eq:obj} \text{Obj}^{(t)} = \sum_{i=1}^N l(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)} + f_t(x_i)) + \Omega(f_t) + \text{Const},$$

давайте заменим это на аппроксимацию второго порядка.

• Обозначим

$$g_i = \frac{\partial l(y_i, \hat{y}^{(t-1)})}{\partial \hat{y}^{(t-1)}}, \quad h_i = \frac{\partial^2 l(y_i, \hat{y}^{(t-1)})}{\partial \big(\hat{y}^{(t-1)}\big)^2},$$

тогда

$$\mathrm{Obj}^{(t)} \approx \sum_{i=1}^N \left(l(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)}) + g_i f_t(x_i) + \frac{1}{2} h_i f_t^2(x_i) \right) + \Omega(f_t) + \mathrm{Const.}$$

· Например, для квадрата отклонения $g_i = 2(\hat{y}^{(t-1)} - y_i)$, $h_i = 2$.

Итак,

$$\mathrm{Obj}^{(t)} \approx \sum_{i=1}^N \left(l(y_i, \hat{y}_i^{(t-1)}) + g_i f_t(x_i) + \frac{1}{2} h_i f_t^2(x_i) \right) + \Omega(f_t) + \mathrm{Const.}$$

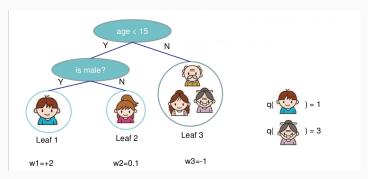
• Уберём константы:

$$\mathrm{Obj}^{(t)} \approx \sum_{i=1}^N \left(g_i f_t(x_i) + \frac{1}{2} h_i f_t^2(x_i) \right) + \Omega(f_t).$$

- И это и есть основная идея градиентного бустинга.
- Теперь давайте вернёмся к обучению деревьев и сложим всё воедино.

• Дерево – это вектор оценок в листьях и функция, которая вход отображает в лист:

$$f_t(x) = w_{q(x)},$$
 где $w \in \mathbb{R}^T, \ q: \mathbb{R}^d \to \{1,\dots,T\}.$



• Сложность дерева можно определить как $\Omega(f_t) = \gamma T + \frac{1}{2} \lambda \sum_{i=1}^T w_i^2.$

• Теперь перегруппируем слагаемые относительно листьев:

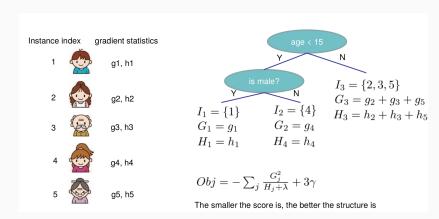
$$\begin{split} \mathrm{Obj}^{(t)} &\approx \sum_{i=1}^{N} \left(g_i f_t(x_i) + \frac{1}{2} h_i f_t^2(x_i) \right) + \Omega(f_t) \\ &= \sum_{i=1}^{N} \left(g_i w_{q(x_i)} + \frac{1}{2} h_i w_{q(x_i)}^2 \right) + \Omega(f_t) \\ &= \sum_{j=1}^{T} \left(w_j \sum_{i \in I_j} g_i + \frac{1}{2} w_j^2 \left(\sum_{i \in I_j} h_i + \lambda \right) \right) + \gamma T \\ &= \sum_{j=1}^{T} \left(G_j w_j + \frac{1}{2} w_j^2 \left(H_j + \lambda \right) \right) + \gamma T, \end{split}$$

где
$$I_j=\{i\mid q(x_j)=i\}$$
, $G_i=\sum_{i\in I_i}g_i$, $H_i=\sum_{i\in I_i}h_i$.

 \cdot Это сумма T независимых квадратичных функций, так что

$$w_j^* = -\frac{G_j}{H_j + \lambda}, \quad \text{Obj}^{(t)} \approx -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^T \frac{G_j^2}{H_j + \lambda} + \gamma T.$$

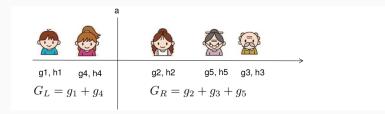
• Пример из (Chen, Guestrin):



- Так что мы находим наилучшую структуру дерева относительно $-\frac{1}{2}\sum_{j=1}^T \frac{G_j^2}{H_j+\lambda} + \gamma T$ и используем оптимальные веса листьев $w_j^* = -\frac{G_j}{H_i+\lambda}.$
- Как найти структуру? Жадно: для каждого листа попробуем добавить разбиение, и целевая функция меняется на

$$\mathrm{Gain} = \frac{1}{2} \left(\frac{G_L^2}{H_L + \lambda} + \frac{G_R^2}{H_R + \lambda} - \frac{(G_L + G_R)^2}{H_L + H_R + \lambda} \right) - \gamma.$$

• Самое лучшее разбиение – то, которое максимизирует gain:



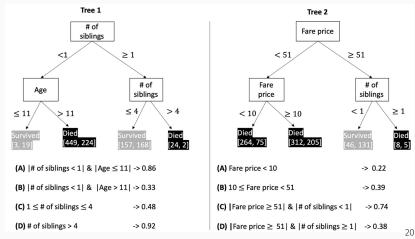
• Обрезание: сначала вырастим дерево до максимальной глубины, потом рекурсивно обрежем листья с отрицательным gain.

MATRIXNET

- Разработанный в «Яндекс» вариант градиентного бустинга для ранжирования *MatrixNet*.
- Точные детали его не опубликованы, но основные особенности известны:
 - oblivious decision trees все узлы одного уровня обязательно используют один и тот же атрибут; это дополнительная регуляризация, помогающая выделять меньше и более полезных признаков;
 - вместо ограничений на число сэмплов в листе регуляризация самих значений в листьях;
 - сложность модели в бустинге зависит от итерации (сначала простые, потом более сложные).
- А основная идея та же самая.

Обратно к деревьям

- Пример современной работы о бустинге (Sagi, Rokach, 2021)
- Бустинг улучшает результаты деревьев, но жертвует интерпретируемостью; сразу сотни примерно таких деревьев:



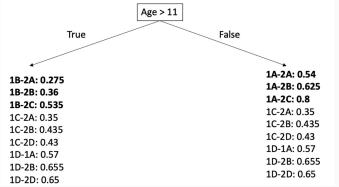
Обратно к деревьям

- То же самое происходит в случайных лесах.
- Давайте объединим всё то, что деревья нам говорят:

```
(1A-2A) |# of siblings < 1| & |Age ≤ 11| & |Fare price < 10 |
                                                                          -> 0.54
(1A-2B) |# of siblings < 1 | & | Age \leq 11 | & | 10 \leq Fare price < 51 |
                                                                          -> 0.625
(1A-2C) |# of siblings < 1| & |Age \leq 11| & |Fare price \geq 51|
                                                                          -> 0.8
(1B-2A) |# of siblings < 1 | & | Age > 11 | & | Fare price < 10 |
                                                                          -> 0.275
(1B-2B) |# of siblings < 1 | & | Age > 11 | & | 10 \le \text{Fare price} < 51 | -> 0.36
(1B-2C) |# of siblings < 1| & |Age > 11| & |Fare price \geq 51|
                                                                           -> 0.535
(1C-2A) |1 \le \# of siblings \le 4 | & | Fare price < 10 |
                                                                           -> 0.35
(1C-2B) |1 \le \# of siblings \le 4 | \& |10 \le \text{Fare price} < 51 |
                                                                           -> 0.435
(1C-2D) |1 \le \# of siblings \le 4 | & | Fare price \ge 51 |
                                                                          -> 0.43
(1D-2A) |# of siblings > 4 | & | Fare price < 10 |
                                                                          -> 0.57
(1D-2B) |# of siblings > 4| & |10 ≤ Fare price < 51|
                                                                           -> 0.655
(1D-2D) |# of siblings > 4| & |Fare price \geq 51|
                                                                           -> 0.65
```

Обратно к деревьям

• И будем строить новое дерево на основе этих конъюнкций, как обычно рекурсивно на основе энтропии потомков:



• Оказывается, что можно построить одно дерево (т.е. легко интерпретируемую модель) на основе сразу многих деревьев, не слишком жертвуя качеством.

Спасибо!

Спасибо за внимание!



